

# 力覚インタラクションのための多面体の接触体積に基づく 実時間剛体運動シミュレーション

長谷川 晶 一\*・藤井 伸 旭\*・赤羽 克 仁\*  
小池 康 晴\*・佐藤 誠\*

Real-time Rigid Body Simulation for haptic interactions based on contact volume of polygonal objects

Shoichi HASEGAWA\*, Nobuaki FUJII\*, Katsuhito AKAHANE\*,  
Yasuharu KOIKE\* and Makoto SATO\*

This paper proposes a new method for real-time rigid body simulations for haptic interfaces based on contact volume. Analytical methods for calculations of contact forces take too much time to keep fast update rates of haptic controls. In addition, they prohibit direct connection of haptic interfaces.

Penalty methods, which employ spring-damper model for calculations of contact force, are very fast per iterations. In addition, they permit direct connection of haptic interfaces. Therefore penalty methods are good for haptic interactions. However, previous penalty methods do not regard distribution of contact forces over contact area. Therefore, they can't calculate normal and friction forces on face-face contacts correctly.

We suppose distributed spring-damper model on contact area to solve these problems. We analyze three dimensional shape of intersection part on polyhedral objects. Then, we integrate forces and torques of distributed spring-damper models.

We implement proposed simulator and compare it with point-based penalty method. It showed that only proposed simulator can simulate face-face contact and friction forces correctly. In addition, we connect a 6 DOF haptic interface to the simulator. Users can feel 6 DOF force feedback and input 6 DOF motion.

**Key Words:** Physics based modeling, 6 DOF Haptic rendering, Friction force, Penalty method, Contact analysis, Real-time simulation

## 1. はじめに

### 1.1 背景

計算機の発達により、計算機内に3次元物体モデルを構築して利用することが広く行われている。視覚聴覚に加え、物に触れたときに手に加わる力の感覚(=力覚)を提示することで、物体モデルの直接操作を実現するシステムが作られている。また、物体モデルの運動を物理法則に基づいてシミュレートし、現実感のある動きを生成する物理ベースモデリングが行われている。両者を組み合わせることで、高い現実感を持つ物体モデルを力覚を感じながら直接操作することができる。

しかし、従来のシステムには、並進力にトルクを加えた6自由度の力覚提示ができない、6自由度力覚提示はできるが摩擦の提示ができない、物理シミュレーションの更新が遅く

力覚インタフェースからの入力に対する物体運動の反応に遅れがあり、動力学特性の正確な力覚提示ができないといった問題があり、用途が限定されたり、力覚提示の現実感が乏しかったりした。

本研究では、新しい剛体運動シミュレーション手法を提案してこれらの問題を解決することで、摩擦力を含めた6自由度力覚を伴った直接操作環境を構築する。このような環境は、エンタテインメント、アート、評価、訓練、設計、などさまざまな分野で応用が期待されている。

### 1.2 本研究が解決する課題

本研究は次の課題の解決し、直接操作環境のための実時間剛体運動シミュレーションを実現する。

シミュレーション更新の高速性と計算量の安定性

力覚提示を行うためには、制御を高い更新周期(300Hz~1kHz以上)で行う必要がある<sup>1)</sup>。また、力覚インタラクションでは、オフライン用途と違い、シミュレーションの更新に必要な計算時間が制御周期を超えることがあると、安定な力覚提示ができず問題となる。

\* 東京工業大学精密工学研究所 横浜市緑区長津田町 4259

\* Precision and Intelligence Laboratory, Tokyo Institute of Technology, Midori-ku, Yokohama  
(Received May 31, 2003)  
(Revised August 1, 2003)

## 力覚インタフェースの直接的な接続

従来の物理シミュレータは力覚インタフェースを直接接続できないため、バーチャルカップリング<sup>2)</sup>などのモデルが必要となり、提示感覚やシステムの自由度が制約されていた。(2.2, 3.2節参照)

### 摩擦力と摩擦トルクの正確な提示

摩擦力は、物体間の接触部分全体に発生する力だが、従来の実時間運動シミュレータは摩擦力の分布を考慮していない。また、従来の6自由度力覚レンダリングは摩擦力を提示していない。

## 2. 従来の研究

### 2.1 接触力の計算方法

物体の運動は、物体に働く力が求まれば、運動方程式の数値解として求まる。重力、バネによる力、動摩擦力など、場の力や物体の位置・速度によって決まる力は簡単な計算で求まる。しかし、抗力や静止摩擦力など複数物体の位置関係を部分的に拘束する力(拘束力)の計算は難しい。

#### 解析的な手法

Baraffら<sup>3)4)</sup>は、運動方程式と拘束条件から接触力を解く手法を用いることを提案している。Baraffらの手法は接触の数 $n$ に対して $o(n^3)$ の計算時間を要する。

MirtichとCanny<sup>5)</sup>は衝突時に2物体に働く撃力によって抗力を表現する手法を提案している。この手法は衝突が発生した時刻を求め、2物体の衝突を順に処理する。この手法は、1衝突の処理にかかる計算時間は短い、短期間に多数の接触が起きる場合多くのステップを処理する必要がある。そのため、一定期間のシミュレーションに多大な計算時間を要することがある。

以上のように、解析的な手法はシミュレーションに必要な計算時間が大きく変動するため、力覚提示に必要な実時間性を維持できない。

また、解析的な手法は接触力計算に運動方程式を用いるので、力覚ポイント(力覚インタフェースの計算内でのモデル。ユーザは力覚ポイントを介して物体モデルを操作する)のような動力学特性が事前に決まらない物体を直接扱うことができない。そのため力覚ポイントに対しては特別なモデルが必要となる(2.2節参照)。

#### ペナルティ法

MooreとWilhelms<sup>6)</sup>, McKennaとZeltzer<sup>7)</sup>, Kellerら<sup>8)</sup>はペナルティ法を用いて接触力を求めている。ペナルティ法とは、拘束を侵した物体に拘束を侵した量(=ペナルティ)に応じた力を与えることで拘束違反を解消する方法である。接触力の計算にペナルティ法を用いると、接触の数 $n$ に対して計算時間が $o(n)$ となり、高速処理が可能である。また、運動方程式と無関係に、物体の位置、速度だけから接触力を求めることができるので、力覚ポイントを物体モデルと区別なく扱える。

しかし従来のペナルティ法は、物体間の接触が点のみで起こると見なしており、床の上に立方体に乗った場合など、物体が広い領域で接触することを考慮していない。そのため、物体が面で接触する場合などに抗力や摩擦力を正しく計算できない。

Terzopoulosら<sup>9)</sup>やSnyderら<sup>10)</sup>は、物体表面に多数のサンプル点を配置し各点の侵入量から反力を求めている。しかし、多数のサンプル点について計算が必要なため、計算量が非常に多く実時間では動作しない。

### 2.2 6自由度力覚レンダリング

McNeelyら<sup>12)</sup>は、力覚ポイントを点群でモデル化して6自由度力覚提示を行うことを提案している。また、Kimら<sup>11)</sup>は、物体を多数の凸形状でモデル化し、凸形状毎の侵入距離の加重平均から抗力を求めることで、複雑な形状の力覚レンダリングを実現した。

しかし、これらの手法は摩擦力の提示法を提案していない。また、Kimらの手法は大きな面をもつ凸形状が面で接触する場合を考慮していない。

ChangとColgate<sup>2)</sup>は、力覚インタフェースと物体モデルをバーチャルカップリングで結合することで提示力を算出している。この方式はバーチャルカップリングと力覚ポイントの質量のために操作が重くなってしまふ。

Adachiら<sup>13)</sup>, Hasegawaら<sup>14)</sup>, Hollisら<sup>15)</sup>は、物理シミュレータ内の物体モデルと力覚ポイントの干渉状態を簡単な形状モデル(=中間表現)で表現し、中間表現への侵入量から力覚を計算する手法を提案している。この手法では、力覚計算に対してシミュレーションを低速に行うので、物体の運動に遅れが生じ、物体が実際より重く感じられてしまふ。

## 3. 提案

本研究では、物体間の接触部分の形状を解析し、接触体積に基づいて接触力計算を行うことを提案する。提案手法では、物体を多面体で表現し、多面体同士の接触部分の3次元形状を求め、接触領域に分布バネダンパモデルを考え、発生する力とトルクから接触力を求める。

提案手法はペナルティ法の一つだが、従来のペナルティ法のように接触が1点で起こると考えず、領域で起こると考え、接触部分の体積に基づいて接触力を計算する。

以下に提案手法の特長を説明する。

### 3.1 1ステップの計算量

前節で述べたとおり、接触力を解析的に解く手法は計算量が多い。また、接触数 $n$ に対して、計算量が $o(n^3)$ となり、接触数が増えた際に急激に計算量が増えるため、1ステップの計算量が接触数によって大きく変化する。

提案手法はペナルティ法に基づいて運動のシミュレーションを行うので、接触数 $n$ に対して計算量が $o(n)$ となり、接触数が増えても計算量が急激に増えることはない。

### 3.2 力覚インタフェースとの接続

一般に、力覚インタフェースで形状を提示をするために

は、力覚ポインタの物体モデルへの侵入量に応じた力を提示する。

提案手法はペナルティ法に基づくので、物体モデル同士の侵入量に応じた接触力が働く。このため、任意の物体モデルを力覚ポインタとし、物体モデルに働いた接触力を提示することで、形状の提示をおこなうことができる。物体モデルを力覚ポインタとするには、力覚インタフェースの位置・速度を物体モデルに設定し、物体モデルに働く力を力覚インタフェースに出力すれば良い。

物体モデル間には6自由度の抗力と摩擦力が働くので、これにより摩擦力を含めた6自由度力覚レンダリングが実現する。また、提案シミュレータは凸多面体の集合で表された形状の物体モデルを扱えるので、さまざまな形状の力覚ポインタを作ることができる。

### 3.3 接触力の計算

提案手法は接触体積に基づいて接触力を求めるため、面同士が接触する場合でも接触力を正確に求めることができる。これは、従来の接触が点で起こると考えるペナルティ法では困難であった。

従来の点に基づく接触力計算の問題点と、提案する接触体積に基づく接触力計算の利点を抗力と摩擦力について示す。

#### 抗力

接触面には、接触面上の任意の点が互いに侵入しないという拘束を満たすような力、すなわち抗力が働く。

1点または頂点や稜線の交点だけを接触点と考え、接触点にペナルティ法のためのバネ・ダンパモデルを考えると、接触点が生成、消滅する際に抗力が不連続に変化するため運動が収束しない。

例えば、Kimらの手法<sup>11)</sup>のように、最侵入点を接触点と考えて床の上の立方体の運動をシミュレートすることを考える。すると、立方体の回転によって最侵入点が切り替わるため、接触点が生成、消滅し、抗力とその作用点が不連続に変化する。この場合、特にトルクが急激に変化するため回転運動が収束しない (Fig.1)。

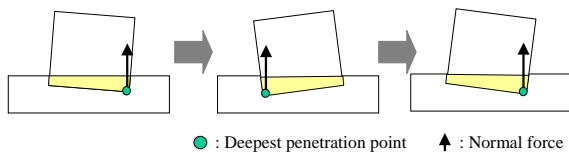


Fig. 1 Problem on normal forces

解析的な手法<sup>3)4)</sup>では、拘束を満たす力を解くことで抗力を求めるため、接触点が生成、消滅した際に抗力や作用点が急激に変化することはない。この問題は、ペナルティ法に特有の問題だといえる。

本研究では、接触領域全体にバネダンパモデルが分布すると考える (Fig.2)。これにより、抗力とその作用点が連続に変化するため、運動を収束させることができる。(Fig.2)。

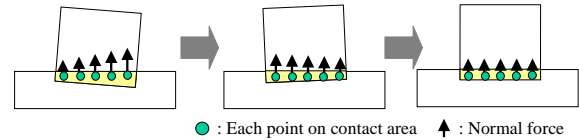


Fig. 2 Solution on normal forces

#### 摩擦力

接触面上の微小面積に働く動摩擦力や最大静止摩擦力は、その微小面積に働く抗力に比例する。接触面全体に働く摩擦力はこれらの総和となる。

そのため、1点または頂点や稜線の交点だけで接触が起ると考えると、正確な摩擦力を計算できない。

例えば、摩擦力が1点に作用すると考えると、回転運動に対する摩擦トルクを計算できない。Fig.3は、摩擦力が1点に作用するシミュレータ上の、床の上を滑る立方体を上から見た図である。

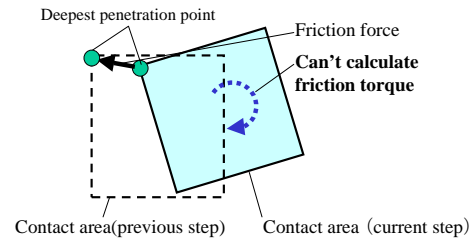


Fig. 3 Problem on friction forces

本研究では、接触領域全体にクーロンの摩擦モデルが分布し、摩擦力を発生すると考える (Fig.4)。これにより、摩擦力だけでなく、摩擦トルクも計算できる。

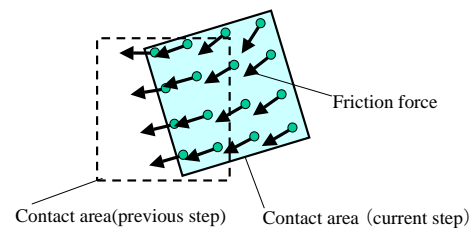


Fig. 4 Solution for friction forces

## 4. 提案手法による剛体運動シミュレータ

本研究では提案手法に基づいて剛体運動シミュレータを構築した。本節では構築したシミュレータの動作を説明する。剛体の運動は、運動方程式 (1), (2) によって表せる。

$$m\dot{v} = F(t) \quad (1)$$

$$I\dot{\omega} = N(t) \quad (2)$$

ここで、 $v$  は剛体の速度、 $\omega$  は剛体の角速度を表す。運動方程式を数値積分することで、剛体の位置と向きを求める。

剛体間に働く力を計算するためには、接触状態を調べ、接

触力を求める必要がある。提案するシミュレータは形状を多面体で表現した剛体を扱う。多面体の接触状態の解析を効率よく行うため、多面体が非凸な場合、あらかじめ凸多面体に分割する。この凸多面体のすべての組み合わせについて対をつくり、各対について次の処理を行い、接触力 (= 抗力と摩擦力) を求める。

1. 接触判定, 接触している場合のみ 2. 以降を行う。
2. 接触の法線と接触面を求める
3. 接触体積の形状を求める
4. 接触状態に応じた抗力と摩擦力を求める

以下, 各ステップについて説明する。

#### 4.1 接触判定

凸多面体対の接触判定についていくつかの手法が提案されている<sup>16) 17) 18)</sup>。本シミュレータでは, データ構造が単純で計算が高速な GJK アルゴリズム<sup>16)</sup>を用いた。GJK アルゴリズムは, 凸形状対が与えられたときに, 最近傍点対もしくは接触体積上の 1 点を求める。

#### 4.2 接触の法線

本シミュレータでは, 接触の法線 (抗力の向き) を決定するために, 次の手続きを行う。

- (1) 接触している凸形状対を前のステップで求めた接触の法線の向きに離す。
- (2) GJK アルゴリズムを用いて最近傍点対を求め, 対を結ぶ向きを接触の法線とする。
- (3) 凸形状対の位置を (1) の前の状態に戻し, 最近傍点対の中点を含み接触の法線を法線とする面を求め, 接触面とする。

凸多面体対には, ここで求めた接触面に垂直な抗力と平行な摩擦力が働くものとする。

#### 4.3 接触部分の形状の解析

Muller と Preparata<sup>20)</sup> は, 凸多面体の共通部分の内部の点が 1 点与えられたときに, 共通部分全体を求めるアルゴリズムを提案している。Muller らのアルゴリズムには, 幾何学における双対変換 (Fig.5) が用いられている。この変換は, 面  $ax + by + cz = 1$  を点  $(a, b, c)$  に, 点  $(a, b, c)$  を面  $ax + by + cz = 1$  に写像する変換である。

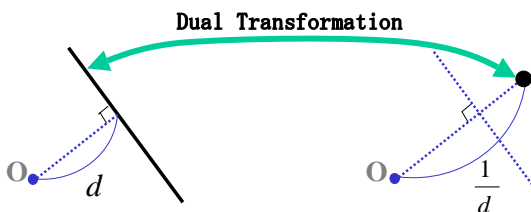


Fig. 5 Dual transformation

以下に Muller らのアルゴリズムを示す (Fig.6 参照)。

- (1) 共通部分の内部の点を原点と考え, 各凸多面体を構成する平面を双対変換した頂点を求める。
- (2) この点集合を含む最小の凸多面体 (凸包) を求める。

- (3) 2. で求めた凸多面体を双対変換し, 共通部分の形状を求める。

これにより, 接触体積の形状 (頂点と面) が求められる。本シミュレータでは, QuickHull<sup>21) 22)</sup>を用いて, Muller らのアルゴリズムを実装し, 共通部分の形状を求めた。なお, 3 の手続きに必要な共通部分の内部の点には, GJK アルゴリズムによる接触判定で求まる共有点を用いる。

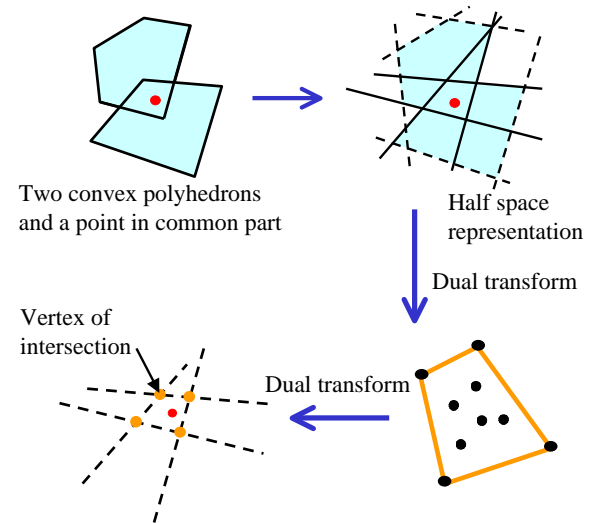


Fig. 6 Common part of two convex polyhedrons

#### 4.4 接触力計算の準備

剛体上の任意の作用点に働く力は, 原点を作用点とする力とトルクで表現することができる。本シミュレータでは接触面上の各点に働く抗力と摩擦力を原点に作用点とする力とトルクに分けて積分し, 剛体全体に加わる力とトルクを求める。

接触面上の任意の点  $p$  を作用点とする力  $f$  は, 次のような原点に働く力  $f_p$  とトルク  $m_p$  を発生させる。

$$f_p = f \quad (3)$$

$$m_p = p \times f \quad (4)$$

この  $f_p$  と  $m_p$  の総和が剛体全体に働く力とトルクとなる。

2 つの凸多面体の共通部分は凸多面体になるので, 接触部分は凸多面体になる。そこで, 接触部分の凸多面体を構成する 3 角形について, 各 3 角形ごとに力とトルクを積分し, 全 3 角形について総和することで剛体全体に働く力とトルクを求める。

接触部分には, 接触面に垂直な抗力と平行な摩擦力が働くと考え。本節では計算の準備として, 接触面と 3 角形についての表記を示す。

接触体積の凸多面体を構成する 3 角形に対して,

- $i$ : 頂点の番号 (1,2,3)。
- $p$ : 接触面上の点。
- $n$ : 接触面の法線ベクトル。
- $p_i$ : 接触面上に射影した 3 角形の頂点。

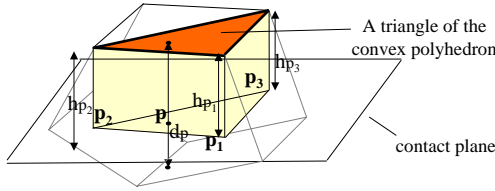


Fig. 7 Triangular decomposition for spring model

$\bar{p}$ : 3 頂点の重心  $((p_1 + p_2 + p_3)/3)$ .

$h_p$ : 接触面と凸多面体の面上の点との距離.

$\bar{h}$ : 3 頂点の接触面との距離の平均  $((h_{p_1} + h_{p_2} + h_{p_3})/3)$ .

$v_p$ :  $p$  で 2 つの剛体の相対速度.

$v_p^N$ :  $v_p$  の接触面に垂直な成分  $((v_p \cdot n)n)$ .

$v_p^T$ :  $v_p$  の接触面に平行な成分  $(v_p - (v_p \cdot n)n)$ .

$\bar{v}$ : 3 頂点での相対速度の平均  $((v_{p_1} + v_{p_2} + v_{p_3})/3)$ .

$S$ : 3 角形の面積  $(\|(p_2 - p_1) \times (p_3 - p_1)\|/2)$ .

$f^N$ : 抗力.

$f^D$ : 動摩擦力.

$f^S$ : 静止摩擦力.

$f^M$ : 最大静止摩擦力.

$f^{*s}$ : バネモデルによる力. ( $f^{Ns}$ : バネモデルが発生する抗力)

$f^{*d}$ : ダンパモデルによる力.

$f_p^*$ :  $p$  に働く力. バネモデルによる力とダンパモデルによる力の和 ( $f_p^{*s} + f_p^{*d}$ ) になる.

$m_p^*$ : 点  $p$  に働く力  $f_p^*$  によるトルク  $(p \times f_p^*)$ .

$f_{tri}^*$ : 3 角形に働く力.

と表記する (Fig.7). 相対速度  $v_i$  は, 接触している 2 剛体  $a, b$  の速度  $v_a, v_b$  角速度  $\omega_a, \omega_b$ , 重心位置  $c_a, c_b$  に対して,

$$v_i = (v_b + \omega_b \times (p_i - c_b)) - (v_a + \omega_a \times (p_i - c_a)) \quad (5)$$

で与えられる.

#### 4.5 抗力の計算

接触領域上にバネダンパモデルが分布している考え, モデルが発生する力を抗力とする. バネが発生する力は, 各点での 2 物体の侵入量に比例し, ダンパが発生する力は各点での 2 物体の相対速度の法線成分  $v_p^N$  に比例する.

バネモデルによる抗力

抗力のバネモデルは侵入量に比例した力が発生させる. 点  $p$  のバネモデルが発生する抗力  $f_p^{Ns}$  とそのトルク  $m_p^{Ns}$  は, 侵入量を  $d_p$ , バネ定数を  $k^N$  とすると,

$$f_p^{Ns} = k^N d_p n \quad (6)$$

$$m_p^{Ns} = k^N p \times d_p n \quad (7)$$

となる.

$d_p$  を接触面の表側と裏側に分割すると, 侵入量を 3 角形ごとに積分することができる. 3 角形上のバネモデルによる抗力  $f_{tri}^{Ns}$  とそのトルク  $m_{tri}^{Ns}$  は,

$$f_{tri}^{Ns} = k^N \int_{s=0}^1 \int_{t=0}^{1-s} ((1-s-t)h_{p_1} + sh_{p_2} + th_{p_3})$$

$$((p_2 - p_1) \times (p_3 - p_1)) dt ds = k^N S \bar{h} n \quad (8)$$

$$m_{tri}^{Ns} = k^N \int_{s=0}^1 \int_{t=0}^{1-s} ((1-s-t)p_1 + sp_2 + tp_3) \times (((1-s-t)h_{p_1} + sh_{p_2} + th_{p_3}) (p_2 - p_1) \times (p_3 - p_1)) dt ds = k^N S (\bar{h} \bar{p} + \frac{1}{12} ((h_{p_1} - \bar{h})(p_1 - \bar{p}) + (h_{p_2} - \bar{h})(p_2 - \bar{p}) + (h_{p_3} - \bar{h})(p_3 - \bar{p}))) \times n \quad (9)$$

となる.

ダンパモデルによる抗力

ダンパは, 接触面内の各点の相対速度の法線成分に比例した力が発生する. 点  $p$  のダンパモデルが発生する力  $f_p^{Nd}$  とトルク  $m_p^{Nd}$  は, ダンパ定数を  $b^N$  とすると,

$$f_p^{Nd} = b^N v_p^N \quad (10)$$

$$m_p^{Nd} = b^N p \times v_p^N \quad (11)$$

となる. バネモデルの時と同様に各 3 角形について積分したいが, 物体が回転している場合, 各点の相対速度  $v_p^N$  と  $p$  の座標との関係が非線形になり, 解析的な積分が難しい. そこでまず, 3 角形の頂点の相対速度 ( $v_{p_1}^N, v_{p_2}^N, v_{p_3}^N$ ) を求め, これを線形補間したもので 3 角形上の点の相対速度を近似する. これにより, 3 角形上のダンパモデルが発生する力  $f_{tri}^{Nd}$  とトルク  $m_{tri}^{Nd}$  は,

$$f_{tri}^{Nd} = b^N \int_0^1 \int_0^{1-s} ((1-s-t)v_{p_1}^N + sv_{p_2}^N + tv_{p_3}^N) \|(p_2 - p_1) \times (p_3 - p_1)\| dt ds = b^N S \bar{v}^N \quad (12)$$

$$m_{tri}^{Nd} = b^N \int_{s=0}^1 \int_{t=0}^{1-s} ((1-s-t)p_1 + sp_2 + tp_3) \times (((1-s-t)v_{p_1}^N + sv_{p_2}^N + tv_{p_3}^N) \cdot n \|(p_2 - p_1) \times (p_3 - p_1)\|) dt ds = b^N S (\bar{p} \times \bar{v}^N + \frac{1}{12} ((p_1 - \bar{p}) \times (v_{p_1}^N - \bar{v}^N) + (p_2 - \bar{p}) \times (v_{p_2}^N - \bar{v}^N) + (p_3 - \bar{p}) \times (v_{p_3}^N - \bar{v}^N))) \quad (13)$$

と近似できる.

#### 4.6 摩擦力の計算

提案シミュレータでは摩擦力のモデルとして, クーロンの摩擦モデルを用いる. クーロンの摩擦モデルは, 物体の状態を運動状態と静止状態に分ける. 静止状態の物体の接触点  $p$  には, 物体を静止させるために必要な拘束力 (静止摩擦力  $f_p^S$ ) が働く. 静止摩擦力の大きさが最大静止摩擦力  $f_p^M$  を超えると, 物体は動き始め運動状態となる. 運動状態の物体には, 接触点の相対速度の接触面に平行な成分  $v_p^T$  の向きに動摩擦力  $f_p^D$  が働く. 抗力を  $f_p^N$  とすると, 最大静止摩擦力

は,  $f_p^M = \mu_0 \|f_p^N\|$ , 動摩擦力は  $f_p^D = \mu \|f_p^N\| (v_p^T / \|v_p^T\|)$  となる.

提案シミュレータでは, 接触面上の微小面積に発生する摩擦力がクーロンの摩擦モデルで表されるものとし, 発生した摩擦力の総和が剛体に作用すると考える.

動摩擦力

接触面上の点  $p$  での動摩擦力  $f_p^D$  は, 次の式で表せる.

$$f_p^D = \mu \|f_p^N\| (v_p^T / \|v_p^T\|) \quad (14)$$

この式を接触体積の凸多面体を構成する 3 角形毎に積分することで, 剛体に働く動摩擦力を求めることができるが, この式の解析的な積分は難しい. そこで, ダンパによる抗力を求めたときと同様に, 3 角形の頂点に働く動摩擦力 ( $f_{p_1}^D, f_{p_2}^D, f_{p_3}^D$ ) の補間で近似すると, 各 3 角形に働く動摩擦力  $f_{tri}^D$  とそのトルク  $m_{tri}^D$  は,

$$\begin{aligned} f_{tri}^D &= \int_0^1 \int_0^{1-s} ((1-s-t)f_{p_1}^D + sf_{p_2}^D + tf_{p_3}^D) \\ &\quad \|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)\| dt ds \\ &= S \bar{\mathbf{f}} \quad (15) \\ m_{tri}^D &= \int_0^1 \int_0^{1-s} ((1-s-t)\mathbf{p}_1 + s\mathbf{p}_2 + t\mathbf{p}_3) \\ &\quad \times ((1-s-t)f_{p_1}^D + sf_{p_2}^D + tf_{p_3}^D) \\ &\quad \|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)\| dt ds \\ &= S \bar{\mathbf{p}} \times \bar{\mathbf{f}} + \frac{S}{12} ((\mathbf{p}_1 - \bar{\mathbf{p}}) \times \mathbf{f}_{p_1}^D \\ &\quad + (\mathbf{p}_2 - \bar{\mathbf{p}}) \times \mathbf{f}_{p_2}^D + (\mathbf{p}_3 - \bar{\mathbf{p}}) \times \mathbf{f}_{p_3}^D) \quad (16) \end{aligned}$$

となる.

静止摩擦力

静止摩擦力は抗力と同じく拘束力である. 提案シミュレータでは, 抗力の場合と同様に直接拘束を満たす力を解くことを避け, ペナルティ法を用いて求める. 提案シミュレータでは, 接触面上の各点にバネダンパモデルを考える. バネの両端は, 各々の剛体に固定する. これにより, 剛体の変位するとバネダンパが伸び復元力が働くようになる. 静止摩擦力は, この復元力で与えられるものとする.

点  $p$  の静止摩擦力のバネモデルが発生する力  $f_p^{S_s}$  とそのトルク  $m_p^{S_s}$  は, 点  $p$  のバネモデルの伸びを  $l_p$ , バネ係数を  $k^S$  とすると,

$$f_p^{S_s} = -k^S l_p \quad (17)$$

$$m_p^{S_s} = -\mathbf{p} \times k^S l_p \quad (18)$$

で与えられる.

剛体の変位は, 並進と回転で表すことができるので, 並進  $r$  と原点周りの回転  $\theta$  で表わす. 点  $p$  のバネモデルの伸び  $l_p$  は,

$$l_p = r + \theta \times p \quad (19)$$

と表せる.

以上から, 接触領域の各 3 角形に働く摩擦力  $f_{tri}^{S_s}$  とそのトルク  $m_{tri}^{S_s}$  は,

$$\begin{aligned} f_{tri}^{S_s} &= \int_0^1 \int_0^{1-s} -k^S (\mathbf{r} + \theta \times ((1-s-t)\mathbf{p}_1 + \\ &\quad s\mathbf{p}_2 + t\mathbf{p}_3)) \|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)\| dt ds \\ &= -k^S (\mathbf{r} + \theta \times \bar{\mathbf{p}}) S \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{tri}^{S_s} &= \int_0^1 \int_0^{1-s} -k^S ((1-s-t)\mathbf{p}_1 + s\mathbf{p}_2 \\ &\quad + t\mathbf{p}_3) \times (\mathbf{r} + \theta \times \\ &\quad ((1-s-t)\mathbf{p}_1 + s\mathbf{p}_2 + t\mathbf{p}_3)) \\ &\quad \|(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1)\| dt ds \\ &= -k^S (\mathbf{r} \times \bar{\mathbf{p}} + \theta \frac{1}{6} (\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2 + \mathbf{p}_3^2 \\ &\quad + \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_2\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_3\mathbf{p}_1)) S \quad (21) \end{aligned}$$

となり, 接触領域  $C$  に働くバネモデルによる摩擦力  $f^{S_s}$  とそのトルク  $m^{S_s}$  は,

$$f^{S_s} = -k^S \left( \sum_{tri \in C} rS + \theta \times \sum_{tri \in C} \bar{\mathbf{p}}S \right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} m^{S_s} &= -k^S \left( \mathbf{r} \times \sum_{tri \in C} S \bar{\mathbf{p}} + \theta \frac{1}{6} \sum_{tri \in C} (\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2 + \mathbf{p}_3^2 \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_2\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_3\mathbf{p}_1) S \right) \quad (23) \end{aligned}$$

となる.

接触面上の点  $p$  のダンパモデルが発生する力  $f_p^{S_d}$  とトルク  $m_p^{S_d}$  は,  $b^S$  をダンパ定数とすると,

$$f_p^{S_d} = -b^S v_p^T \quad (24)$$

$$m_p^{S_d} = -\mathbf{p} \times b^S v_p^T \quad (25)$$

となる.  $v_p^T$  は,

$$v_p^T = v^T + \omega^T \times p \quad (26)$$

( $v^T$ : 相対速度の接触面に平行な成分)

( $\omega^T$ : 相対角速度の接触面に平行な成分)

と表せるので, 接触領域  $C$  に働くダンパモデルによる摩擦力  $f^{S_d}$  とそのトルク  $m^{S_d}$  は,

$$f^{S_d} = -b^S \left( \sum_{tri \in C} v^T S + \omega^T \times \sum_{tri \in C} \bar{\mathbf{p}}S \right) \quad (27)$$

$$\begin{aligned} m^{S_d} &= -b^S \left( v^T \times \sum_{tri \in C} S \bar{\mathbf{p}} + \omega^T \frac{1}{6} \sum_{tri \in C} (\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2 + \mathbf{p}_3^2 \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_2\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_3\mathbf{p}_1) S \right) \quad (28) \end{aligned}$$

となる.

最大静止摩擦力

接触領域に働く最大静止摩擦力は, 接触領域上に分布させたクーロンの摩擦モデルの最大静止摩擦力の和だと考える.

接触領域上の点に働く摩擦力  $f_p^S = f_p^{S_s} + f_p^{S_d}$  は Eq.(17) Eq.(24) から求まるので, 各点での静止摩擦力の向き,  $f_p^S / \|f_p^S\|$  は  $r, \theta, v, \omega$  から計算できる.

最大静止摩擦力は摩擦係数と摩擦力の向きが異なるほかは, 動摩擦力と同じ式で与えられるので, 点  $p$  での最大静



止摩擦力  $f_p^M$  は, Eq.(14) の  $v_p^T / \|v_p^T\|$  を  $f_p^S / \|f_p^S\|$ ,  $\mu$  を  $\mu_0$  に置き変えたものになる. 3 角形に働く最大静止摩擦力  $f_{tri}^M$  とそのトルク  $m_{tri}^M$  も, Eq.(15), Eq.(16) の  $f_p^D$  を  $f_p^S$  で置き換えた式で近似できる.

#### 状態の遷移と摩擦力の計算

各ステップに剛体に働く摩擦力を求めるためには, 静止状態・運動状態の遷移を考慮しつつ, バネダンパモデルが発生する摩擦力を求める必要がある. Fig.8 に, 状態と遷移条件, 各状態でのバネモデルの伸び  $r, \theta$  を示す. シミュレーショ

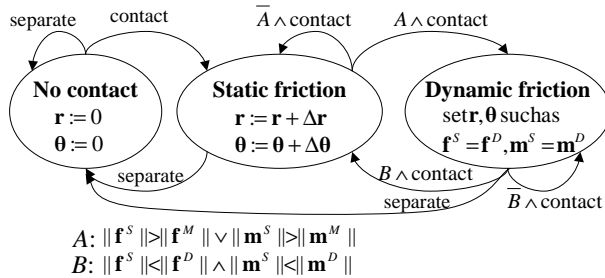


Fig. 8 State transition for friction

ン1ステップの更新手順は以下のようになる.

- (1) 2 剛体がはじめて接触したときに, 剛体の変位  $r, \theta$  を 0 にする. また初期状態は静止状態とする.
- (2) 静止状態では, 2 剛体の相対変位  $\Delta r, \Delta \theta$  を  $r, \theta$  に加算し, 静止摩擦力  $f^S, m^S$  を求める.
- (3) 静止摩擦力の大きさが動摩擦力  $f^D, m^D$  より小さければ静止状態に, 最大静止摩擦力  $f^M, m^M$  よりも大きければ運動状態に状態遷移する.
- (4) 静止状態で, 静止摩擦の大きさ  $\|f^S\|, \|m^S\|$  が, 最大静止摩擦の大きさ  $\|f^M\|, \|m^M\|$  を超えていた場合,  $f^S = f^D, m^S = m^D$  を満たすように  $r, \theta$  を変更する.  $f^S = f^{S_s} + f^{S_d}, m^S = m^{S_s} + m^{S_d}$  なので,  $r, \theta$  は, Eq.(22) Eq.(23) Eq.(27) Eq.(28) から求まる.
- (5) 静止状態では静止摩擦力  $f^S, m^S$ , 運動状態では動摩擦力  $f^D, m^D$  を摩擦力とする.

となる.

## 5. 評価

提案シミュレータが従来手法の問題点を解決していることを確かめるために 2 つの実験を行った. また, 提案手法の実用性を確かめるために, 2 つのシミュレーションを行った.

### 5.1 実験に用いるシミュレータ

評価実験では提案シミュレータと, Baraff<sup>3) 4)</sup> などが提案する拘束を解く方式のシミュレータ, 従来の点に基づくペナルティ法によるシミュレータを比較した. 拘束を解く方式のシミュレータとしては, Open Dynamics Engine<sup>23)</sup> を用いた. また, 点に基づくシミュレータとしては, 提案シミュレータから接触部分の形状の解析部分を削除し, 最侵入点に侵入距離に比例した反力を加えるようにしたものを使用

した.

### 5.2 実験 1

提案手法が, 拘束を解く方式に比べて高速で, 力覚提示に向いていることを確認するために, 計算時間を比較した. 方法

3 つのシミュレータで Fig.9 のように積み上げられたブロックをシミュレートし, ブロックの数と 1 ステップの計算時間の平均の関係を調べた. 1 ステップのシミュレータ内の時間は 5ms, 重力加速度を  $9.8m/s^2$ , ブロックの大きさを  $1m \times 1m \times 2m$ , 質量を 1kg とした. シミュレーションは, Intel Pentium 3 1.0GHzCPU を 1 個搭載した PC で行った.

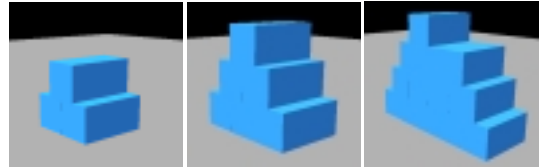


Fig. 9 Examples of the simulated scene for evaluation; three, six, 13 blocks.

### 結果

Fig.10 に, ブロックの数と 1 ステップの計算時間の関係を示す. 拘束を解析する Open Dynamics Engine では, ブロックの数が増えるにつれて, 急激に計算時間が増加するが, 提案シミュレータと点に基づくシミュレータでは, ほぼ線形に計算時間が増加する.

点に基づくペナルティ法は, 提案法の半分程度の計算時間になっている. しかし, 点に基づくペナルティ法はシミュレーションが不安定になる. たとえば 13 個のブロックを積んだ場合, シミュレーション開始後 1.8 秒でブロックが崩れてしまう.

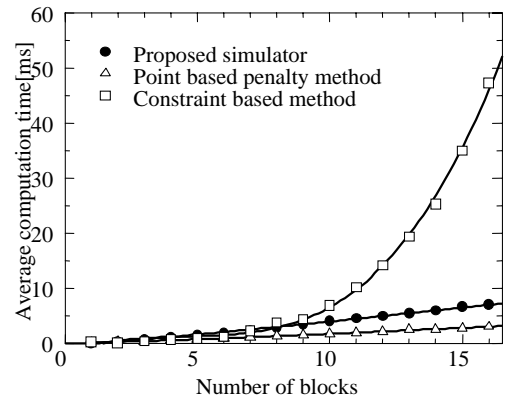


Fig. 10 Comparison of computation time.

以上から, 特にブロック数がある程度多くなったときには, ペナルティ法の方が 1 ステップのシミュレーションに必要な計算時間が短く, 接触点数の増加に対する計算時間の増

加が緩やかなので、力覚提示に向いていることが分かる。また、提案法は従来の点に基づくペナルティ法よりも計算量が多いが、計算量が物体数に比例するという特長は失われていないことが分かる。

### 5.3 実験 2

シミュレーションの安定性を評価するため、3つのシミュレータで立方体を床に落としたときの運動のシミュレーションを以下の条件で行い、このときの立方体のZ軸まわりの角運動量を計測した (Fig.11)。

- 立方体の1辺の長さは2m, 質量は1kgとする。
- 初期位置は床から1m上方で、0.1rad傾いている。
- シミュレーションの時間刻みは10msとする。
- 提案手法と点に基づくペナルティ法では、バネ定数は1000N/m, ダンパ定数は50Ns/mとする。

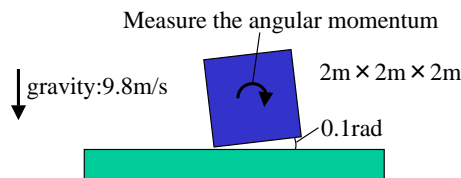


Fig. 11 Simulated scene

### 結果

提案手法と拘束を解く方法では、立方体は床に着地したのち静止した。しかし、点に基づくペナルティ法では、立方体は床に着地したのち振動を続けた。Fig.12に、立方体の角運動量をシミュレーション開始から2秒間について示す。提案手法と拘束を解く方法では0.7秒付近で収束するが、最侵入点を作用点とする手法では、さらに時刻が進んでも角運動量の振動は収まらなかった。以上から、提案シミュレー

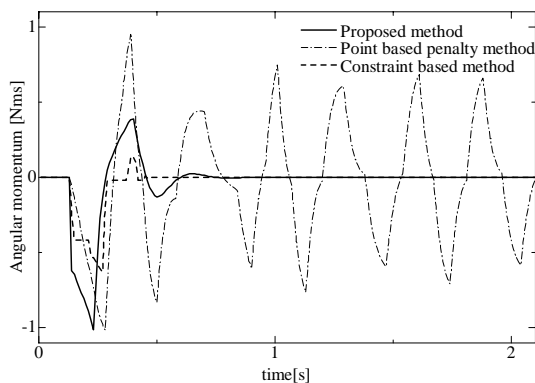


Fig. 12 Angular momentum of the cube around the Z-axis

タが第3節で述べた振動の問題を解決できることが確かめられた。

### 5.4 シミュレーション例1:直接操作環境

提案シミュレータと力覚インタフェースを用いて、直接操作環境を構築できることを確かめた。実験には力覚インタ

フェース SPIDAR<sup>24)</sup>を用いて、6個の積み木と立方体の力覚ポイントからなる直接操作環境を構築した。

その結果、積み木を動かすなどの直接操作を直感的に行えることが確認できた。Fig.13に積み木を崩す様子を示す。

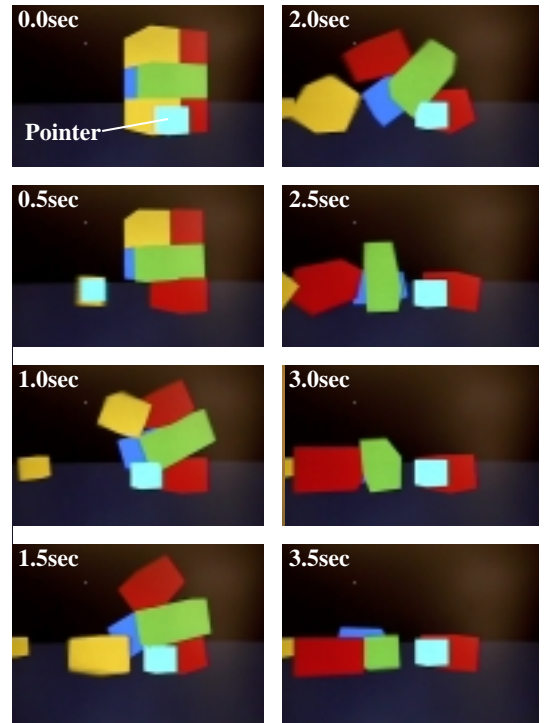


Fig. 13 Interaction with haptic interface

### 5.5 シミュレーション例2:分布摩擦力の効果

提案シミュレータは摩擦力の分布を考慮している。この効果を確かめるため、摩擦力の分布を考慮せず、作用点だけに摩擦力が働くシミュレータと、摩擦力の分布を考慮したシミュレータでコマの運動のシミュレーションを行った。

提案シミュレータでは、コマが先端を支点に回転している状態から、床の上を転がり静止するまでを特別な処理を行うことなくシミュレートできたが、分布を考慮しないシミュレータでは、回転軸の変化が不自然な上、コマが倒れたあとも静止せずに床の上を回り続けた。Fig.14にシミュレーションの様子を示す。

## 6. おわりに

本研究では、力覚提示のための応答性を得るために、ペナルティ法を用いて剛体運動シミュレータを構築した。この中で、従来のペナルティ法では接触が点で起きると見なしているため、抗力と摩擦力が正しく計算できないという問題点があることを指摘し、接触体積の形状を求め、接触領域全体に働く抗力と摩擦力を解析的に積分する手法を提案した。

評価実験を行い次のことを確認した。

- 提案手法が力覚提示に必要な応答性を持ち、解析的な手法に比べて1ステップの計算量が少ないこと。



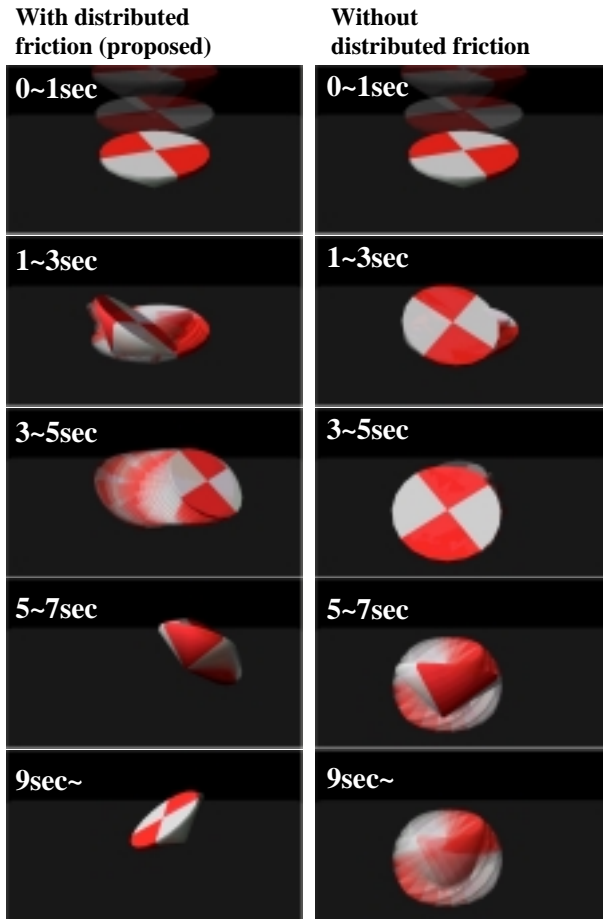


Fig. 14 Comparison on the motions of spinning tops

- 従来の点ベースのペナルティ法ではできなかった、面接触の安定なシミュレーションができること。
- 正確な摩擦力のシミュレーションが行えること。

#### 参考文献

- 1) Lonnie Love, Wayne Book: "Contact Stability Analysis of Virtual Walls", Proc. of Dynamic Systems and Control Division ASME 1995, pp.689-694
- 2) B. Chang, and J. E. Colgate: "Real-time impulse-based simulation for haptic display", Proc. of the 1997 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exhibition
- 3) D. Baraff: "Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies", Computer Graphics Proceedings(SIGGRAPH 89) Vol. 23, pp. 223-232, 1989.
- 4) D. Baraff: "Fast contact force computation for non-penetrating rigid bodies", Computer Graphics Proceedings(SIGGRAPH94), pp. 23-34, 1994.
- 5) B. Mirtich, J. Canny: "Impulse-based Simulation of Rigid Bodies", Proceedings of 1995 Symposium on Interactive 3D Graphics, 1995.
- 6) M. Moore, J. Wilhelms: "Collision Detection and Response for Computer Animation", Computer Graphics (SIGGRAPH 88), Vol. 22, pp. 289-298, August 1988.
- 7) M. McKenna and D. Zeltzer: "Dynamic simulation of autonomous legged locomotion", Computer Graphics (SIGGRAPH 90), Vol. 24, pp. 29-38, August 1990.
- 8) H. Keller, H. Stolz, A. Ziegler: "Virtual Mechanics : Simulation and Animation of Rigid Body Systems", <http://citeseer.nj.nec.com/keller94virtual.html>, 38 pages, 1993.
- 9) D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr, K. Fleischer: "Elastically deformable models", Computer Graphics, Vol. 21 (SIGGRAPH 87), pp.205-214,1987.
- 10) J. M. Snyder, A. R. Woodbury, K. Fleischer, B. Currin, A. H. Barr: "Interval Methods for Multi-Point Collisions between Time-Dependent Curved Surfaces" Proceedings of SIGGRAPH 1993, pp. 321-334, 1993.
- 11) Y. J. Kim, M. A. Otaduy, M. C. Lin and D. Manocha: "Six-degree-of-freedom Haptic Display using Incremental and Localized Computations", Presence, Vol. 12, Issue 3, June 2003
- 12) W. McNeely, K. Puterbaugh, J. Troy: "Six degree-of-freedom haptic rendering using voxel sampling", Proc. ACM SIGGRAPH 1999
- 13) Y. Adachi, T. Kumano, K. Ogino: "Intermediate Representation for Stiff Virtual Objects", Proc. IEEE Virtual Reality Annual International Symposium '95, pp.203-210
- 14) S. HASEGAWA, M. ISHII, Y. KOIKE, M. SATO: "Interprocess Communication for Force Display of Dynamic Virtual World", ASME Dynamic Systems and Control Division, pp.211-218 (1999)
- 15) P. J. Berkelman and R. L. Hollis: "Lorentz Magnetic Levitation for Haptic Interaction: Device Design, Performance, and Integration with Physical Simulations," Int'l J. of Robotics Research, Vol. 19, No. 7, July 2000, pp. 644-667
- 16) E. G. Gilbert, D. W. Johnson, S. S. Keerthi: "A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space", IEEE Journal of Robotics and Automation 4(2), pp.193-203, 1988
- 17) J. Cohen, M. Lin, D. Manocha, and K. Ponamgi: "I-COLLIDE: An Interactive and Exact Collision Detection System for Large-Scaled Environments", Proc. ACM Symposium on Interactive 3D Graphics, pp. 189-196, 1995
- 18) B. Mirtich: "V-Clip Collision Detection Library", MERL
- 19) Brian Mirtich: "Rigid Body Contact: Collision Detection to Force Computation", Workshop on Contact Analysis and Simulation, IEEE Intl. Conference on Robotics and Automation, May 1998
- 20) D. E. Muller, F.P.Preparata: "Finding the intersection of two convex polyhedra", Theoretical Computer Science, 7(2), pp.217-236 1978
- 21) C. B. Barber, D. P. Dobkin, H. Huhdanpaa: The Quickhull algorithm for convex hulls, ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 22, pp. 469-483, 1996.
- 22) Franco P. Preparata, M. Shamos: 計算幾何学入門, 総研出版, pp. 341-356, 1992.
- 23) Russell Smith: Open Dynamics Engine, <http://opende.sourceforge.net/>
- 24) Masahiro Ishii and Makoto Sato: A 3D Spatial Interface Device Using Tensed Strings, Presence Vol. 3, No. 1, Winter 1994, pp.81-86