

# レオロジーモデルとSSDによる 大域的な塑性変形の表現

松永昇悟<sup>†</sup> , 長谷川晶一<sup>††</sup>

<sup>†</sup> 電気通信大学大学院 <sup>††</sup> 電気通信大学

実時間で演算時間を要する弾塑性体のモデルをシミュレーションするためには膨大な計算量を要するため小規模なモデルしか扱うことができない。そこで、本研究では実世界に存在する物体を表現するため、大域的な弾塑性変形を表現する手法について提案する。弾塑性変形を表現するため、バネとダンパを結合したレオロジーモデルを安定にシミュレーションするためにLCP(Liner Complementary Problem)の近似解法を用いる。また、SSD(skeletal-subspace deformation)を用いてスキンメッシュを表現し、ボーンの関節部にレオロジーモデルを組み込むことで大域的な変形を表現することができる。

## Presentation of global plastic deformation based on rheologic model and SSD.

Shogo MATSUNAGA<sup>†</sup> Shoichi HASEGAWA<sup>††</sup>

<sup>†</sup> The University of Electro-Communications <sup>††</sup> The University of Electro-Communications

As realtime simulation of elastic-plastic defomation demands large amounts of calculation , futher-more it is limited to small-scale models. We propose a simulation method of global elastic-plastic defomation for presenting object in real world. In our method ,elastic-plastic defomation is simulated by rheologic model using LCP solver for stable simulation. In addition we present skin mesh using SSD and adapt rheologic model for joints.

### 1 はじめに

#### 1.1 物理シミュレーションと力覚提示

現在、物理シミュレーションと力覚提示により、VR空間での作業習熟が考えられている。例えば、医療分野においては弾性的な臓器モデルを用いた手術シミュレーション<sup>1)</sup>が提案されている。力覚提示を前提とした場合、物理シミュレーションをリアルタイムで行う必要があり、物理シミュレーションの更新周波数をおよそ250Hz以上<sup>2)</sup>にする必要がある。それゆえに、計算量を減らすため弾塑性体を剛体近似してシミュレーションされてきた。しかし、作業習熟を目的として用いる場合、VR空間で物体の加工、変形することが考えられるため、剛体以外の物体も表現する必要がある。そこで、本研究ではリアルタイムシミュレーション可能な弾塑性モデルを提案する。

#### 1.2 弾塑性シミュレーション

リアルタイム弾性シミュレーションとして有限要素法、MSD(mass-spring-damper)法によるものが提案されている<sup>3)</sup>。また、弾塑性シミュレーションでは並列化した計算によるリアルタイムシミュレーションが提案されている<sup>4)</sup>。しかし、計算時間による制限により、小規模もしくは単純な形状の物体しか表現されていない。そこで、大規模、複雑なモデルに対し大域的に変形を行うことで、様々なモデルに対応することができる変形手法を提案する必要がある。

### 2 従来の研究

#### 2.1 SSD(skeletal-subspace deformation)

SSD<sup>5)</sup>はキャラクターアニメーションの分野でキャラクターを任意の形に変形するために開発され、物体のスキン(頂点座標)をボーンで近似し、ボーンの変形から線形ブレンドングによりスキンを変形させる手法である。SSDを物理シミュレーションに

組み込んだ研究として Otaduy ら<sup>6)</sup>の研究がある。Otaduy らは弾性ヒンジジョイントを用いて力覚提示可能なキャラクターモデルを提案している。しかし、弾塑性変形が可能な SSD モデルは提案されていない。

## 2.2 動力学シミュレーション

物体の運動は、物体に働く力が求まれば、運動方程式の数値解としてシミュレーションできる。しかし、複数物体の位置関係を部分的に拘束する力(拘束力)は、拘束の条件を満たすような力として与えられ、簡単には求まらない。

Baraff ら<sup>7)</sup>は、拘束条件と運動方程式を連立させて LCP (Linear Complementaly Problem) に帰着させて解く事で拘束力を求める手法を用いてアニメーションを生成している。拘束条件は接触の数に応じて次元が増えるため、たくさんの物体が接触した場合大規模な LCP を解く必要がある。そこで Baraff ら<sup>8)</sup>は、ガウス・サイデル法という繰り返しによって近似解を求める手法を用いて接触数が多い場合にも高速にシミュレーションする手法を提案している。

## 2.3 バネ・ダンパモデル

弾塑性体・粘弾性体の表現手法の1つとしてレオロジーモデルがある。レオロジーモデルは、バネとダンパの構成により残留変位と戻り変位を表現している。バネ・ダンパモデルを LCP に帰着させる手法として、Anitescu ら<sup>9)</sup>は、後退積分 (Implicit Integration) によるバネ・ダンパモデルを拘束条件として連立させ、時間刻みが大きい安定したシミュレーションを提案している。また、長谷川ら<sup>10)</sup>は LCP をガウスサイデル法で解き、LCP ソルバの初期値として反復解法の前回の解を用いることで、少ない反復解法で安定した動力学シミュレーションができることを示している。

# 3 シミュレーション手法

## 3.1 SSD

スキンメッシュの頂点座標  $u_i$  をボーンの座標に同期させる。各頂点は  $k$  本のボーンに対して重み  $w_i$  を設定し、初期座標  $u_0$  に対してボーンの座標系の座標変換行列  $T_i, T_{0,i}$  を用いて位置を変換する。

$$x = \sum_{i=1}^k w_i T_i u_i = \left( \sum_{i=1}^k w_i T_i T_{0,i}^{-1} \right) u_0 \quad (1)$$

これより、ボーンの挙動をしめすスキンメッシュを表現できる。次に、ボーンに弾塑性関節を組み込むことで弾塑性体を表現する。

## 3.2 LCP による拘束のシミュレーション

時刻  $t$  における剛体の位置、速度を表わす変数をそれぞれ  $p(t), v(t)$  とおく。剛体に作用する拘束は等式拘束と相補性拘束に分けられる。等式拘束は、主に関節による剛体の連結を表現するために用い、相補性拘束は、主に剛体同士の接触を表現するために用いる。ここで等式拘束および相補性拘束によって拘束される速度変数をそれぞれ  $w_e, w_c$  とおく。また、対応する拘束力を  $\lambda_e, \lambda_c$  とおく。すると、これらは適切なヤコビ行列を用いて

$$w_e(t) = J_e(t) v(t) \quad (2)$$

$$w_c(t) = J_c(t) v(t) \quad (3)$$

と表わせる。また、これらをまとめて

$$w = \begin{bmatrix} w_e \\ w_c \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} J_e \\ J_c \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_e \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

と表記する。

まず、剛体の運動は Newton-Euler の運動方程式に基づき以下のように記述される。

$$M\dot{v}(t) = f(t) + J(t)^T \lambda(t) \quad (5)$$

ここで  $M$  は質量行列、 $f(t)$  は外力とコリオリ項を含むベクトルである。

一方、拘束条件は次のように記述される。

$$w_e(t) = 0 \quad (6)$$

$$w_c(t) \geq 0, \lambda_c(t) \geq 0, w_c(t)^T \lambda_c(t) = 0 \quad (7)$$

ただしベクトルに関する不等号は、各成分について不等号が成り立つことを意味する。

以下では  $t$  は離散化された時刻を表わすものとし、時刻  $t$  の値を  $[t]$  で表記する。本手法では各時刻  $t$  において以下の手順で更新を行う。

1. 拘束力  $\lambda[t]$  の計算
2. 速度の更新

$$v[t+1] = v[t] + M^{-1}(f[t] + J[t]^T \lambda[t])h \quad (8)$$

3. 位置の更新

$$p[t+1] = p[t] + v[t+1]h \quad (9)$$

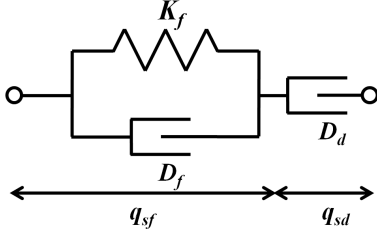


Fig. 1 Three-element model.

ここで  $h$  は積分ステップである．手順 1 において計算する拘束力  $\lambda[t]$  は，ステップ 2(速度の更新)の直後，ステップ 3(位置の更新)の直前において  $v[t+1]$  が拘束条件を満たすように求める．すなわち，拘束条件は

$$w_e[t+1] = J_e[t]v[t+1] \quad (10)$$

$$w_c[t+1] = J_c[t]v[t+1] \quad (11)$$

と書ける．式 (8) 式 (9) より，拘束力を求める問題は，次の線形相補性問題 (LCP) に帰着される．

$$\begin{bmatrix} w_e[t+1] \\ w_c[t+1] \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \lambda_e[t] \\ \lambda_c[t] \end{bmatrix} + b \quad (12)$$

$$A = J[t]M^{-1}J[t]^T h \quad (13)$$

$$b = J[t]\{v[t] + M^{-1}f[t]h\} \quad (14)$$

$$w_e[t+1] = \mathbf{0} \quad (15)$$

$$w_c[t+1] \geq \mathbf{0}, \lambda_c[t] \geq \mathbf{0}, w_c[t+1]^T \lambda_c[t] = 0 \quad (16)$$

次節では，上述の枠組みにバネ・ダンパによるレオロジー要素を組み入れる方法を述べる．

#### 4 レオロジー要素の LCP への組み込み

本節ではレオロジー要素を LCP の拘束シミュレーションへ組み込むことを提案する．前節で定義した  $w_e, w_c$  に加えて，バネ・ダンパが作用する速度変数として  $w_s$  を考える． $w_s$  についても他と同様に適切なヤコビ行列を用いて

$$w_s(t) = J_s(t)v(t) \quad (17)$$

と表わせる．また，対応する拘束力(バネ・ダンパ力)を  $\lambda_s$  とする．ここで，1次元レオロジー要素を Fig.1 に示すバネとダンパによる 3 要素モデルによ

り構築する．3 要素モデルは戻り変位となるフォークト部  $x_{sf}$  と残留変位となるダンパー部  $x_{sd}$  を直列に接続したものとする．3 要素モデルは力のつりあいと変位の関係から以下の式が成り立つ．

$$\begin{cases} \lambda_s = -K_f q_{sf} - D_f w_{sf} = -D_d w_{sd} \\ q_s = q_{sf} + q_{sd} \end{cases} \quad (18)$$

式 (18) より  $w_{sf}$  について整理すると

$$w_{sf} = \frac{D_d w_s - K_f q_{sf}}{D_d - D_f} \quad (19)$$

式 (19) を離散化すると次式になる．

$$q_{sf}[t+1] = D_q q_{sf}[t] + D_w w_s[t+1] \quad (20)$$

$$D_q = \frac{D_d - D_f}{D_d - D_f + K_f h}$$

$$D_w = \frac{D_d h}{D_d - D_f + K_f h}$$

また，時刻  $t+1$  において式 (18) が成り立つので

$$\lambda_s[t+1] = -K_f q_{sf}[t+1] - D_f w_{sf}[t+1] \quad (21)$$

式 (20), 式 (21) を整理し  $w_s[t+1]$  について解くと

$$w_s[t+1] = -C \lambda_s[t+1] - D q_{sf}[t] \quad (22)$$

$$C = \frac{(D_d - D_f + K_f h)(D_d - D_f)}{D_d K_f (2D_f - D_d)(D_d - D_f)h - D_f D_d (K_f h + D_d - D_f)}$$

$$D = \frac{K_f (2D_f - D_d)(D_d - D_f)}{D_d K_f (2D_f - D_d)(D_d - D_f)h - D_f D_d (K_f h + D_d - D_f)}$$

ここで改めて

$$w = \begin{bmatrix} w_e \\ w_c \\ w_s \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} J_e \\ J_c \\ J_s \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_e \\ \lambda_c \\ \lambda_s \end{bmatrix} \quad (23)$$

と再定義すると，前節と同様にして

$$\begin{bmatrix} w_e \\ w_c \\ w_s \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \lambda_e \\ \lambda_c \\ \lambda_s \end{bmatrix} + b \quad (24)$$

$$A = J[t]M^{-1}J[t]^T h \quad (25)$$

$$b = J[t]\{v[t] + M^{-1}f[t]h\} \quad (26)$$

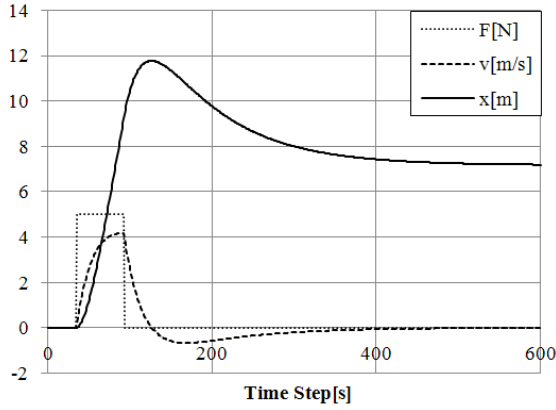


Fig. 2 Simulation of 3Element Model .

となる．ここで式 (24) に式 (22) を代入し，これを右辺に移項すると

$$\begin{bmatrix} w_e[t+1] \\ w_c[t+1] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \tilde{A} \begin{bmatrix} \lambda_e[t] \\ \lambda_c[t] \\ \lambda_s[t] \end{bmatrix} + \tilde{b} \quad (27)$$

$$\tilde{A} = J[t]M^{-1}J[t]^T h + \begin{bmatrix} O & O & O \\ O & O & O \\ O & O & C \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\tilde{b} = J[t]\{v[t] + M^{-1}f[t]h\} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ D \end{bmatrix} \quad (29)$$

を得る．上式より，バネ・ダンパ拘束は，修正された係数行列・係数ベクトル  $\tilde{A}, \tilde{b}$  によって定義される LCP における等式拘束として等価的に表現できることが分かる．

## 5 評価

実時間で大域的な弾塑性変形シミュレーションを行うことを目的とし，弾塑性シミュレーション結果と SSD に適応した場合の物体の変形について評価を行う．

### 5.1 3要素モデルの評価

提案手法によるレオロジーモデルのシミュレーションについて評価する．剛体を地面に3要素モデルで接続し，剛体に一定時間力を加えた後に，変位の挙動を観察した．剛体の質量を 0.1[kg]，積分幅を 0.02[s] とした時の時系列を Fig. 2 に示す．横軸は時刻 [s]，縦軸は剛体の変位 [m]，速度 [m/s]，力 [N] である．

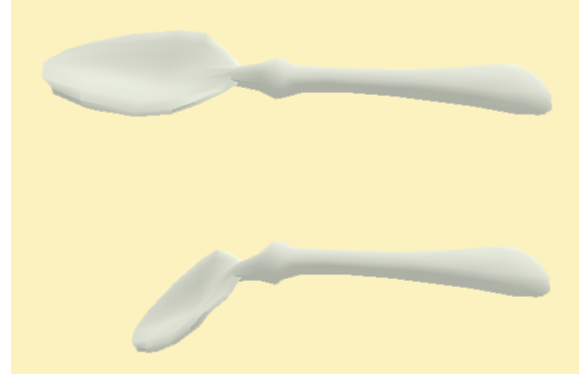


Fig. 3 Simulation of Spoon bending.

Fig. 2 より力  $F$  を除荷した後に変位  $x$  の減少を確認することができる．このことから，レオロジーモデルの特徴である残留変位と戻り変位を再現できているといえる．また，リアルタイムで安定したレオロジーモデルのシミュレーションを行うことができた．

### 5.2 レオロジーモデルによる SSD の評価

スプーンモデルを曲げた様子を Fig. 3 に示す．Fig. 3 の上側が変形前，下側がスプーンの先端部に力を加え，除荷した後の形状を示している．力を除荷した後も残留変位により形状が変形した状態で維持されていることがわかる．このことより，細長の形状をした物体に対して大域的な弾塑性変形を再現できたといえる．また，SSD に帰着することができる形状であれば，細長の形状以外の物体も表現できると考えられる．

## 6 おわりに

本研究では，安定なレオロジーモデルの導入，また SSD による大域的なモデルの弾塑性変形について提案した．大域的な弾塑性変形は格子法によるシミュレーションよりも変形の自由度に制限があるが，力覚提示を前提とした条件下で大規模なシミュレーションを行うことに適している．また，簡単な操作で物体を構築することができ，ゲーム制作に有用であると考えられる．今後の課題としては，

- 実物体の変形との比較，
- SSD のスキンメッシュ自体の変形による柔軟な変形の表現，

を行いたいと考えている．

## 参考文献

- 1) 本間達, 若松秀俊: “力覚提示システムを前提とした粘弾性体のナイフによる切離モーメントの表現”, 計測自動制御学会論文集, vol40, No.4., 2004.
- 2) M.KOMORI, R.Yoshida, T.Matsuda and T.Tkashi: “User haptic characteristics measurement for design of medical VR applications”, Proc. Computer Assisted Radiology and Surgery(CARS), pp.17-22, 2000
- 3) 壺内大輔, 小木哲朗, 野口裕久: “有限要素法に基づくリアルタイム形状変形”, HIR 2000-85.
- 4) 友國誠至, 杉山勇太, 平井 慎一: “実時間計算可能な仮想レオロジー物体の構築”, TVRSJ Vol.8 No.3, 2003
- 5) LEWIS J. P., CORDNER M., FONG N.: “Pose space deformations: A unified approach to shape interpolation and skeleton-driven deformation.”, In Proc. of ACM SIGGRAPH 2000.
- 6) Nico Galoppo, Miguel A. Otaduy, Serhat Tekin, Markus Gross and Ming C. Lin: “Soft Articulated Characters with Fast Contact Handling”, EUROGRAPHICS Volume 26, Number 3, 2007
- 7) D. Baraff : “Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies”, Computer Graphics Proceedings(SIGGRAPH 89) Vol. 23, pp. 223-232, 1989.
- 8) D. Baraff : “Fast contact force computation for nonpenetrating rigid bodies”, Computer Graphics Proceedings(SIGGRAPH94), pp. 23-34, 1994.
- 9) M. Anitescu, F. A. Potra: “A time-stepping method for stiff multibody dynamics with contact and friction”, Intl. J. for Numerical Methods in Engineering 2002 55, pp.753-784, 2002.
- 10) 田崎勇一, 長谷川晶一: “拘束法の動力学シミュレータのための安定なバネダンパモデル”, 情

報処理学会研究報告. グラフィクスと CAD 研究会報告 Vol.2006, No.91(20060817) pp. 55-60 2006.